

[第 1 1 回目] 剛体の力学 2 (慣性モーメントと回転の運動方程式)

今日の授業の目標 固定軸 (z 軸) のまわりの剛体の回転運動
 全角運動量 慣性モーメント

$$L_z = I\omega$$

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \sum_{i=1}^n m_i (x_i^2 + y_i^2) = \int dm \cdot (x^2 + y^2) \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$$

固定軸のまわりの回転運動の運動方程式

$$\frac{dL_z}{dt} = N_z^{\text{全}}, \quad I \frac{d\omega}{dt} = N_z^{\text{全}}, \quad I \frac{d^2\phi}{dt^2} = N_z^{\text{全}}$$

学習到達目標(5) 回転の運動方程式と慣性モーメントの意味を理解できる。

回転運動のエネルギー
$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

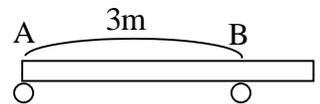
次回予定 [第 1 2 回目] 実体振り子と平行軸の定理 (教科書 149 ページまで)

レポート問題 第 1 1 回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつける！指示がない限り MKS 単位系で答えること！

B... 問 1 長さ $L = 4 \text{ m}$ 、質量 $M = 10 \text{ kg}$ の一様な棒を、図のように水平に支えた。

A 点と B 点に作用する垂直抗力 N_A と N_B の値をそれぞれ求めよ



問 2 固定軸 (z 軸) のまわりの剛体の回転運動について、次の問に答えなさい。

A... z 軸のまわりの質点系の慣性モーメント I の式を書け。慣性モーメントは何を表しているか。

A... 固定軸のまわりを、軸から $r = 0.5 \text{ m}$ の垂直距離で回転している、 $m = 10 \text{ kg}$ の質点の慣性モーメント I の値を求めよ。

B... 角運動量の z 成分 L_z を、z 軸のまわりの慣性モーメント I と角速度 ω_z を用いて書け。

B... 角速度 ω_z を用いて、固定軸のまわりの剛体の回転の運動方程式を書け。

B... 問 3 フィギュア・スケートで、スケーターが真直ぐに立ち腕を広げた状態で、一定の角速度 ω でスピンしている。そのままの姿勢でスケーターが腕を体に密着させると慣性モーメントが $1/2$ になった。スケーターの角速度は何倍になったか。摩擦や空気抵抗は無視できるとする。

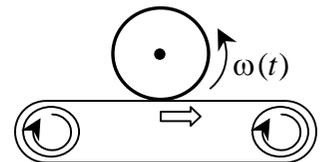
問 4 質量 M 半径 R の一様な円板が、中心を通り円板に垂直な固定軸のまわりを角速度 $\omega(t)$ で回転する。この円板の慣性モーメントは $\frac{1}{2} MR^2$ で表される。図のように、この円板にベルトを接触させ、力のモーメント $N_z(t)$ を作用させる。

A... ベルトが円板に及ぼす力 $F(t)$ を、 $N_z(t)$ を用いて表せ。

B... 円板の全角運動量 $L(t)$ を角速度 $\omega(t)$ を用いて表せ。

B... 回転の運動方程式を、角速度 $\omega(t)$ を用いた式で表せ。

C... $N_z(t) = N_0$ のとき、回転の運動方程式から $\omega(t)$ を求めよ。初期条件として、 $t = 0$ のとき $\omega(0) = \omega_0$ とする。



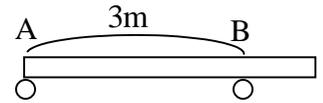
問 5 超伝導を用いて磁気浮上させた円盤を高速で回転させ、余剰エネルギーを回転運動のエネルギーとして貯蔵する、フライホイールエネルギー貯蔵システムという研究がある。

B... 回転運動のエネルギー K を慣性モーメント I と角速度 ω を用いて表せ。

C... 1 kWh の余剰エネルギーを 1 分間で 2×10^4 回転 ($2 \times 10^4 \text{ rpm}$) する円盤に貯蔵させたい。必要な円盤の慣性モーメント I の値を求めよ。

解答用紙 (曜 限) 学籍番号 _____ 氏名 _____

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!
 問1 重力と垂直抗力 N_A と N_B を図に書き込んで, 力と力のモーメントのつり合い式を立てよ。



問2

$I =$ _____, 慣性モーメントは _____ を表す。

$I =$ _____ $L_z =$ _____

問3 外力のモーメントはゼロと考えられるから, 角運動量 $L = I\omega =$ である。
 したがって,

問4

$F(t) =$ _____ $L(t) =$ _____

回転の運動方程式:

回転の運動方程式: _____ より, $\frac{d\omega}{dt} =$ _____

一般解は $\omega(t) =$ _____

初期条件から _____ $\omega(t) =$ _____

問5

$K =$ _____

貯える運動エネルギーは, $K = 1 \text{ kWh} = 1 \times 10^3 \text{ W} \times 3600 \text{ s} =$ _____ [_____]

円盤の角速度は, $\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} =$ _____ [rad/s]

$I =$ _____

このレポートをやるのに _____ 時間 _____ 分,

それ以外に力学 の予習復習を _____ 時間 _____ 分した。