

[第6回目] 運動方程式を解く2: 放物運動

今日の授業の目標 それぞれの場合で、働く力と運動の特徴をしっかりと理解すること!

落体運動(空気抵抗がある場合)の運動方程式とその解[終端速度]

$$\text{運動方程式: } m \frac{dv_x}{dt} = mg - cv_x \quad x \text{ 軸は鉛直下向き}$$

初期条件として, $t=0$ の速度 $v_x(t=0) = v_0 = 0$ のとき

$$\text{解: } v_x(t) = \frac{mg}{c} \left(1 - e^{-\frac{c}{m}t} \right), \quad \boxed{\text{終端速度 } v_x = \frac{mg}{c}} \quad \left(F_x(t \rightarrow \infty) = mg - cv_x = 0 \text{ より} \right)$$

放物運動の運動方程式とその解[放物線軌道]

$$\text{運動方程式: } m \frac{dv_x}{dt} = 0, \quad m \frac{dv_y}{dt} = 0, \quad m \frac{dv_z}{dt} = -mg \quad z \text{ 軸は鉛直上向き}$$

初期条件として, $t=0$ の位置 $\vec{r}(t=0) = (0, 0, 0)$, 速度 $\vec{v}(t=0) = (v_0 \cos \theta, 0, v_0 \sin \theta)$ のとき

$$\text{解: } v_x(t) = v_0 \cos \theta, \quad x(t) = v_0 t \cos \theta$$

$$v_z(t) = -gt + v_0 \sin \theta, \quad z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin \theta$$

学習到達目標(4) 自由落下運動, 放物運動を運動方程式から理解できる。

次回予定[第7回目] 力の法則2(教科書19ページ下段~27ページ上段まで)

レポート問題 第6回目(右側の半分の解答用紙を切り取って提出下さい)

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! MKS 単位系で答えること!

問1 動摩擦係数 $\mu' = 0.50$ の粗い水平面上での物体の運動を考える。水平面内で物体の運動方

向に x 軸, それと垂直に y 軸, 鉛直上向きに z 軸をとる。(等加速度直線運動)

- B... この物体に働く力の各成分を求め, 運動方程式を書け。(重力 mg , 垂直抗力 N , 摩擦力 $-\mu'N$)
- B... x 軸方向の運動について, 速度 $v_x(t)$ と座標 $x(t)$ の一般解を求めよ。
- B... 初期条件が $v_x(t=0) = 9.8$ [m/s], $x(t=0) = 0$ [m] のとき, 特解を求めよ。
- C... x 成分について加速度 a_x , 速度 v_x , 座標 x の時間変化の様子をグラフで表せ。
- C... 物体が停止する時刻 t_1 と停止する位置 x_1 を求めよ。($v_x(t_1) = 0$ t_1 を求め $x_1 = x(t_1)$)

問2 水平方向に x 軸を, 鉛直上向きに z 軸をとって, 放物運動を考える。

- B... ボールに働く力の各成分を求め, 運動方程式を書け。[教科書の式(1.102)]
- B... $t=0$ に原点 O から, 水平角 θ の方向に初速 v_0 投げ上げた場合の特解を求めよ。 x と z のみでよい。[教科書の式(1.104)と(1.105)]
- B... の特解から, 時間 t を消去し, 軌道を表す式を求めよ。[教科書の式(1.106)]
- B... 初速 v_0 , 水平角 θ で投げたときの, 放物運動の到達距離を g , v_0 , θ で表せ。
- B... 初速 v_0 を一定として, 最も遠くに飛ばすための水平角が $\theta = 45^\circ$ であることを示せ。[問1.38]
- B... ボールを 80 m 飛ばすために必要な最小の初速 v_0 を数値で求めよ。($\theta = 45^\circ$ で投げる。)

問3 空気抵抗がある場合の落体運動を考える。(鉛直下向きの落下運動)

- A... 鉛直下向きに x 軸をとり, 質点に働く力を成分で表せ。
- B... 運動方程式の x 成分を書け。[教科書の式(1.79)]
- B... 十分時間が経過した後の, 合力の x 成分 F_x を求めよ。 B... 終端速度を求めよ。

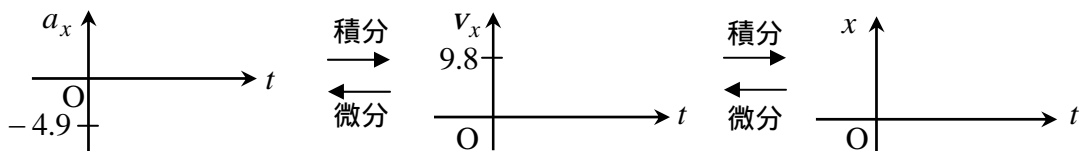
解答用紙 (曜 限) 学籍番号 _____ 氏名 _____

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつける！指示がない限り MKS 単位系で答えること！

問1 合力 $F_x =$, $F_y =$, $F_z =$

運動方程式 , ,

$v_x =$ _____, $x =$ _____



問2 働く力 $F_x =$, $F_y =$, $F_z =$ z 軸を鉛直上向き

運動方程式 , ,

$v_x =$ _____, $x =$ _____

$v_z =$ _____, $z =$ _____

到達距離は、 $z = 0$ となる x を求めればよいから、

$x =$ _____

到達距離が最大となる条件から、

の結果を v_0 を求める式に変形し、 $\theta = 45^\circ$, $x = 80\text{m}$, g の値を代入すると、

$v_0 =$ _____ [_____] = _____ [km/h]

(裏に続く)

(表から)

問3

働く合力 $F_x =$, $F_y =$, $F_z =$

 x 軸を鉛直下向き運動方程式の x 成分十分時間が経過した後 $F_x =$ 終端速度 $v_x =$

このレポートをやるのに _____時間_____分,

それ以外に力学 の予習復習を _____時間_____分した。