

[第9回目] 質点系の力学2 (回転の運動方程式, 全角運動量保存の法則)

考える内容

- ・  $n$  体系の運動 (重心の運動) + (重心の周りの運動)

今日の授業の目標

重心 (質量中心):

$$\vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + \dots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + \dots + m_n}$$

- ・  $n$  体系の重心運動

重心の運動方程式:  $M \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = \vec{F}^{\text{外全}}$  (全質量:  $M = m_1 + \dots + m_n$ )

全運動量保存則:  $\vec{F}^{\text{外全}} = 0$  のとき  $\vec{P} = m_1 \vec{v}_1 + \dots + m_n \vec{v}_n = \text{一定}$

学習到達目標 (4) 重心の定義とその運動方程式の意味を理解できる。

回転の運動方程式:  $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}^{\text{外全}}$  (全角運動量:  $\vec{L} = \vec{l}_1 + \dots + \vec{l}_n$ )

全角運動量保存則:  $\vec{N}^{\text{外全}} = 0$  のとき  $\vec{L} = \vec{l}_1 + \dots + \vec{l}_n = \text{一定}$  (例: 外力が中心力)

学習到達目標 (5) 回転の運動方程式と慣性モーメントの意味を理解できる。

次回予定 [第10回目] 剛体の力学1 (教科書 68 ページまで)

\*\*\*\*\*

レポート問題 第9回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出下さい)

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

問1 一直線上での衝突で, 非弾性衝突の場合を考える。このときは, 反発係数  $e = 1$  である。

反発係数の式  $e = -\frac{v_1' - v_2'}{v_1 - v_2}$  から  $v_1' - v_2' = -e v_1 + e v_2 \dots (1)$

質量  $m_1$  と  $m_2$  の2つの物体が, それぞれ速度  $v_1, v_2$  で衝突し, 衝突後に  $v_1'$  と  $v_2'$  になった。運動量保存則を表す式を書け。[式(2)とする。]

式(1)と(2)を  $v_1'$  と  $v_2'$  についての連立方程式と考え, 衝突後の速度  $v_1'$  と  $v_2'$  を求めよ。  
 $e = 0$  の場合, 静止している物体2 ( $v_2 = 0$ ) に, 同じ質量 ( $m_1 = m_2 = m$ ) をもつ物体1が, 速度  $v_1$  で正面衝突した。衝突後の速度  $v_1'$  と  $v_2'$  を求めよ。

の問題で, 衝突の前後で失われた運動エネルギー  $\Delta K$  を求めよ。

問2  $n$  体系の運動について, 次の問に答えなさい。

重心の運動方程式を書け。[式(2.34)]

全外力がゼロのとき, 必ず一定となる量 (保存する量) を答えよ。

全運動量  $\vec{P}$  を式で表せ。密度が一様である球の重心はどこか。

問3 体重  $M$  の人が質量  $m$  の石を持ち, なめらかな水平面上で静止していた。この人が石を水平に速度  $\vec{v}$  で投げると, 速度  $\vec{u}$  で運動を始めた。速度  $\vec{u}$  を求めよ。[問2.11の答を参照]

問4 太陽 ( $M_S$ , 原点) からの万有引力  $\vec{F}_{ES}$  と  $\vec{F}_{MS}$  を外力として, 地球 ( $m_E, \vec{r}_E$ ) と月 ( $m_M, \vec{r}_M$ ) の2体系が, 太陽のまわりを運動している。地球と月との間にも, 内力としての万有引力が働いている。この問題では, 地球と月の自転は無視する。

地球と月の全角運動量  $\vec{L}$  を,  $m_E, \vec{r}_E, \vec{v}_E, m_M, \vec{r}_M, \vec{v}_M$  を用いて式で書け。

外力のモーメントの総和  $\vec{N}^{\text{外全}}$  を,  $\vec{r}_E, \vec{F}_{ES}, \vec{r}_M, \vec{F}_{MS}$  を用いて式で書け。

$\vec{N}^{\text{外全}} = 0$  であることを説明せよ。  $\vec{L}$  についての回転の運動方程式を書け。

地球と月の全角運動量  $\vec{L}$  はどうなるか。 地球の角運動量  $\vec{l}_E = \vec{r}_E \times m_E \vec{v}_E$  は一定か。

解答用紙 ( 曜 限 ) 学籍番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつける！指示がない限り MKS 単位系で答えること！

問 1

$$v_1' = \quad , \quad v_2' =$$

$$\Delta K =$$

問 2

$$\vec{P} =$$

問 3

問 4

$$\vec{L} =$$

$$\vec{N}^{\text{外全}} =$$

$\vec{r}_E$  と  $\vec{F}_{ES}$  は  ,  $\vec{r}_M$  と  $\vec{F}_{SM}$  は  である。

したがって、 $\vec{r}_E \times \vec{F}_{ES} =$   ,  $\vec{r}_M \times \vec{F}_{MS} =$   。  $\vec{N}^{\text{外全}} = 0$  である。

全角運動量  $\vec{L}$  は  となる。

地球の角運動量  $\vec{l}_E = \vec{r}_E \times m_E \vec{v}_E$  は  。

このレポートをやるのに \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分、

それ以外に力学 の予習復習を \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分した。