

[ 第 5 回目 ] 減衰振動

考える内容

- ・ 弾性力とともに抵抗や摩擦力が働く場合の運動

今日の授業の目標

減衰振動

運動方程式  $m \frac{dv_x}{dt} = -kx - cv_x$   $\begin{matrix} \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ \gamma = \frac{c}{2m} \end{matrix}$   $\rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0$

$\omega$  [ rad/s ] : 固有角振動数 ,  $\gamma$  [ s<sup>-1</sup> ] : 減衰率

- 一般解 ( ) 減衰振動 (  $\gamma < \omega$  ) :  $x(t) = Ae^{-\gamma t} \cos(\omega' t + \alpha)$   $\left[ \omega' = \sqrt{\omega^2 - \gamma^2} \right]$   
 ( ) 過減衰 (  $\gamma > \omega$  ) :  $x(t) = Ae^{-\gamma_1 t} + Be^{-\gamma_2 t}$   $\left[ \gamma_1, \gamma_2 = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega^2} \right]$   
 ( ) 臨界減衰 (  $\gamma = \omega$  ) :  $x(t) = e^{-\gamma t} (At + B)$

学習到達目標 (3) 減衰振動および強制振動と共振の意味が理解できる。

次回予定 [ 第 6 回目 ] 強制振動と共振 (教科書 108 ページの終わりまで)

\*\*\*\*\*

レポート問題 第 5 回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつける！指示がない限り MKS 単位系で答えること！

問 1 減衰振動の運動方程式を立てよ。  $\omega = \sqrt{k/m}$  ,  $\gamma = c/(2m)$  とする。

問 2 振幅  $A = 1$  cm , 振動数  $f = 1$  Hz , 減衰率  $\gamma = 0.4$  s<sup>-1</sup> とする

単振動の式  $x(t) = A \cos(2\pi ft)$  を , 横軸を  $t$  [s] , 縦軸を  $x$  [cm] にとってグラフで表せ。

減衰振動の式  $x(t) = Ae^{-\gamma t} \cos(2\pi ft)$  を , 横軸を  $t$  [s] , 縦軸を  $x$  [cm] にとってグラフで表せ。

問 3 川の水面から 35 m の高さの橋の上に自然長  $l = 10$  m のゴムひもの端を結び , もう片方の端を体重  $m = 60$  kg の人が体に結んで飛び降り , 橋の上から  $L_{\max} = 30$  m 落下して跳ね返った。

ゴムひものばね定数  $k$  を求めよ。(ヒント : エネルギー保存則  $mgL_{\max} = \frac{1}{2}kx^2$  ,  $x$  : 自然

長からの伸び。飛び降りた直後と跳ね返る直前は  $v = 0$ )

で求めたばね定数  $k$  と体重  $m$  から , 角振動数  $\omega$  を数値で求めよ。

この人は , ゴムひものに静かにぶら下げたときのつり合いの長さ  $L_0$  の上下で減衰振動をする。その運動は , ゴムひもの長さを  $L$  とすれば , (最初に跳ね返った瞬間を  $t = 0$  として , )

$$L(t) = L_0 + Ae^{-\gamma t} \cos(\sqrt{\omega^2 - \gamma^2} t + \alpha)$$
 で表される。

力のつりあい  $F_{\text{重力}} = F_{\text{弾性力}}$  の条件から , つり合いの長さ  $L_0$  を求めよ。(  $x = L - l$  に注意)

減衰率  $\gamma = 0.3$  s<sup>-1</sup> として , 角振動数  $\omega' = \sqrt{\omega^2 - \gamma^2}$  , 周期  $T' = 2\pi/\omega'$  を求めよ。

$t = 0$  で  $v = 0$  ,  $L = 30$  m の条件を用いて , 位相  $\alpha$  と振幅  $A$  を求めよ。

跳ね返ってからの次の最高点 (極大点) でのゴムひもの長さ  $L(T'/2)$  を求めよ。

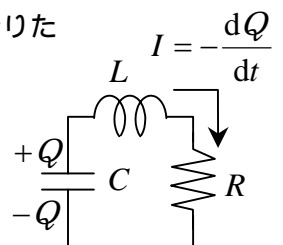
抵抗が大きくなり , 減衰率  $\gamma$  が  $\gamma = \omega$  になるとすると , 飛び降りた

人の運動はどのように変わるか , 簡単に説明しなさい。

問 4 コンデンサー  $C$  の電荷の時間変化  $Q(t)$  が

$$L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C} Q = 0$$
 で表される電気回路がある。

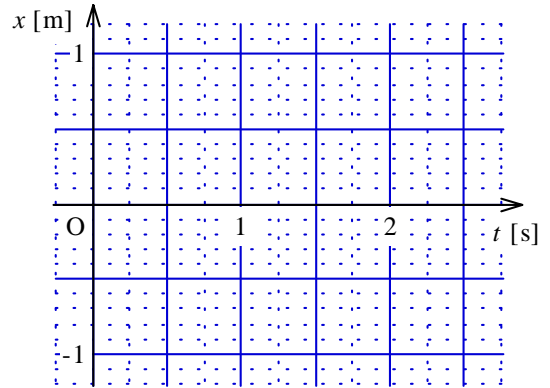
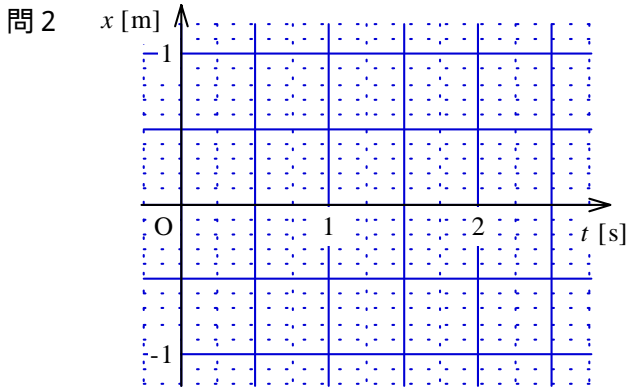
$R$  が十分小さいとき ,  $Q(t)$  を減衰振動の式と比較して式で表せ。



解答用紙 ( 曜 限 ) 学籍番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

数値で計算する問題は , 答えにも必ず単位をつける ! 指示がない限り MKS 単位系で答えること !

問 1



問 3

$\omega =$  \_\_\_\_\_ [ \_\_\_\_\_ ] (  $k = 88.2 \text{ N/m}$  )

$\omega' =$  \_\_\_\_\_ [ \_\_\_\_\_ ],  $T' =$  \_\_\_\_\_ [ \_\_\_\_\_ ]

$L(t)$  を微分すると ,  $v(t) =$

$t = 0$  で  $L(0) = L_{\max}$  ,  $v(0) = 0$  より

(  $L_0 + A \cos \alpha = 30 \text{ m}$  と  $\tan \alpha = -\gamma / \omega'$  )

$L(T'/2) =$

(  $A = 13.76 \text{ m}$  ,  $\alpha = -0.250 \text{ rad}$  )

問 4  $L$  ,  $R$  ,  $C$  で表すと ,  $\omega =$  \_\_\_\_\_ ,  $\gamma =$  \_\_\_\_\_ で ,

$Q(t) =$

このレポートをやるのに \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分 ,

それ以外に力学 の予習復習を \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分した。