

[第6回目] 運動方程式を解く2: 放物運動

今日の授業の目標

それぞれの場合に、働く力と運動の特徴をしっかりと理解すること!

落体運動(空気抵抗がある場合)の運動方程式とその解 [終端速度]

運動方程式: $m \frac{dv_x}{dt} = mg - cv_x$ x 軸は鉛直下向き

初期条件として, $t=0$ の速度 $v_0=0$ のとき

解: $v_x = \frac{mg}{c} \left(1 - e^{-\frac{c}{m}t} \right)$, 終端速度 $v_x = \frac{mg}{c}$ (力のつり合い $cv_x = mg$ より)

放物運動の運動方程式とその解 [放物線軌道]

運動方程式: $m \frac{dv_x}{dt} = 0$, $m \frac{dv_y}{dt} = 0$, $m \frac{dv_z}{dt} = -mg$ z 軸は鉛直上向き

初期条件として, $t=0$ の位置 $(0, 0, 0)$, 速度 $(v_0 \cos\theta, 0, v_0 \sin\theta)$ のとき

解: $v_x = v_0 \cos\theta$, $x = v_0 t \cos\theta$

$$v_z = -gt + v_0 \sin\theta, \quad z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin\theta$$

学習到達目標 (4) 自由落下運動, 放物運動を運動方程式から理解できる。

次回予定 [第7回目] 力の法則2 (教科書 19 ページ下段 ~ 27 ページ上段まで)

レポート問題 第6回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出下さい)

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! MKS 単位系で答えること!

問1 空気抵抗がある場合の落体運動を解け

鉛直下向きに x 軸をとり, 質点に働く力を成分で表せ。

運動方程式の x 成分を書け。[教科書の式 (1.79)]

十分時間が経過した後の, 力のつり合い式を書け。 終端速度を求めよ。

数学の公式 $(e^{ax})' = ae^{ax}$ を利用して, $v_x = \frac{mg}{c} \left(1 - e^{-\frac{c}{m}t} \right)$ が, の運動方程式の解である

ことを示せ。(ヒント: $\frac{dv_x}{dt} + \frac{c}{m}v_x = g$ を示す。)

問2 水平方向に x 軸を, 鉛直上向きに z 軸をとって, 放物運動を考える。

働く力の各成分を求め, 運動方程式を書け。[教科書の式 (1.102)]

$t=0$ に原点 O から, 水平角 θ の方向に初速 v_0 投げ上げた場合の特解を求めよ。x と z のみでよい。[教科書の式 (1.104) と (1.105)]

の特解から, 時間 t を消去し, 軌道を表す式を求めよ。[教科書の式 (1.106)]

初速 v_0 , 水平角 θ で投げたときの, 放物運動の到達距離を g, v_0, θ で表せ。

初速 v_0 を一定として, 最も遠くに飛ばすための水平角が $\theta = 45^\circ$ であることを示せ。[問 1.38]

質点を 80 m 飛ばすための最小の初速 v_0 を求めよ。

解答用紙 (曜 限) 学籍番号 _____ 氏名 _____

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

問 1

働く力 $F_x =$, $F_y =$, $F_z =$

運動方程式 (x 方向のみ) x 軸を鉛直下向き

力のつり合い式 =

終端速度 $v_x =$

問 2

働く力 $F_x =$ $F_y =$ $F_z =$ z 軸を鉛直上向き

運動方程式 , ,

$v_x =$ _____, $x =$ _____

$v_z =$ _____, $z =$ _____

到達距離は, $z = 0$ となる x を求めればよいから,

$x =$ _____

到達距離が最大となる条件から,

の結果を v_0 を求める式に変形し, $\theta = 45^\circ$, $x = 80\text{m}$, g の値を代入すると,

$v_0 =$ _____

このレポートをやるのに _____ 時間 _____ 分,

それ以外に力学 の予習復習を _____ 時間 _____ 分した。