

[第13回目] 水素原子のボーア・モデル

今日の授業の目標 学習到達目標 (7) **ボーアの水素原子モデルを理解できる。**

- ・原子の構造：原子核のまわりを電子が運動している。
- ・電子波が定常波になっているとき、電子の運動は安定である。

ボーアの水素原子モデル

電子($q = -e$)は原子核($q = +e$)のまわりを、ニュートンの運動方程式にしたがって、等速円運動していると考える。

$$m \frac{v^2}{r} = k \frac{e^2}{r^2} \quad \text{: 運動方程式}$$

$$E = K + U = -\frac{1}{2} k \frac{e^2}{r} \quad \text{: 力学的エネルギー}$$

(1) 電子波が定常波となる...電子軌道の安定条件 (物質波の考え)

$$2\pi r = n\lambda = n \frac{h}{mv}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$r_n = \frac{1}{k} \frac{h^2}{me^2} n^2 = a_B n^2$$

ボーア半径 $a_B = 0.05 \text{ nm}$ (水素原子の半径)

$$\text{エネルギー準位 } E_n = -\frac{1}{2} k \frac{e^2}{a_B} \cdot \frac{1}{n^2} = -|E_1| \frac{1}{n^2} = -13.6 \frac{1}{n^2} [\text{eV}]$$

(2) 原子が出す光の振動数 ν の条件...電子は安定な軌道の間を飛び移るとき光を出す。 (光子の考え)

$$h\nu = E_n - E_m$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{E_n - E_m}{hc} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{原子スペクトルの波長 } \lambda \text{ が説明できた}$$

レポート問題 第13回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつけること!

問1 金属中の自由電子は、量子力学的効果により、最大で数 eV 程度の運動エネルギーをもって運動している。この自由電子の運動エネルギーを $E = 7 \text{ eV}$ (銅の場合) として、電子波の波長 λ を求めよ。[教科書の間6.5の答えを参考にせよ]

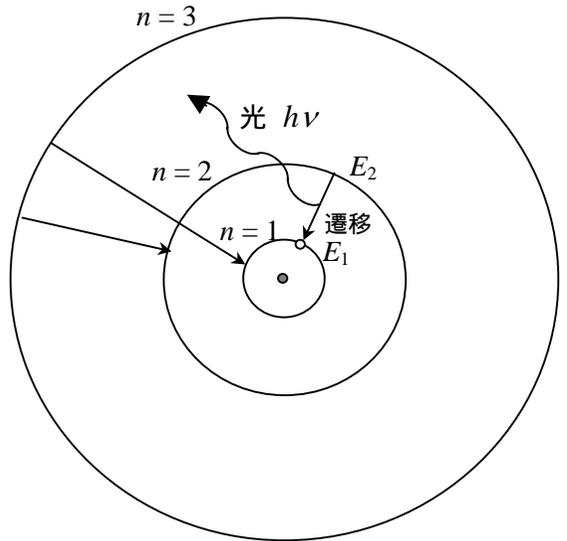
問2

水素原子を長岡モデルを用いて図で表せ。

原子の中心にある、正電荷が集まった小さなかたまりを何というか。[教科書 165 ページの上段を見よ]

電子の軌道が安定に存在できる条件は、電子波が何になるときか。[教科書 168 ページの上段の説明と図 6.10 を見よ]

水素原子の電子が、 $n = 3$ の状態 ($E_3 = -1.5 \text{ eV}$) から、 $n = 2$ の状態 ($E_2 = -3.4 \text{ eV}$) に遷移した。このとき放出される光子のエネルギー $h\nu$ と、その振動数 ν と波長 λ を求めよ。[教科書の式 (6.23) を使う]



解答用紙 (曜 限) 学籍番号 _____ 氏名 _____

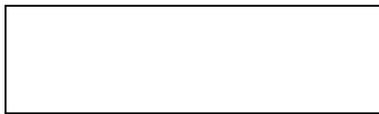
数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつけること！

問1 $E = \frac{1}{2}mv^2$ より $p = mv = \sqrt{2mE}$ をえる。($m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg)単位を変換して $E = \frac{1}{2}mv^2 = 7 \text{ eV} =$ J を用いて、

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = \quad [\quad]$$

この波長をフェルミ波長という。自由電子が結晶の原子間隔(銅は $0.36 \text{ nm} = 3.6 \times 10^{-10} \text{ m}$)程度の波長をもつ波であることが、物質の様々な性質(金属か絶縁体かなど)を理解するために重要である。絶縁体の存在は、原子で反射した電子波が定常波を作ることと関係がある。

問2

 $h\nu = E_n - E_m$ の式から、放出される光子のエネルギー $h\nu$ は

$$h\nu = E_3 - E_2 = \quad [\text{eV}]$$

$$= \quad [\text{J}]$$

このとき放出される光の振動数 ν は、

$$\nu = \frac{E_3 - E_2}{h} = \quad [\text{Hz}]$$

 $c = \lambda\nu$ の関係を用いて、波長 λ は、

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \quad [\text{m}]$$

となる。(教科書 165 ページの λ_3 と比較せよ。)

このレポートをやるのに _____ 時間 _____ 分、

それ以外に基礎物理 の予習復習を _____ 時間 _____ 分した。